

5.102. Wyznacz wartości parametrów a i b , dla których liczby r_1 i r_2 są pierwiastkami wielomianu $W(x)$, jeśli:

- a) $W(x) = x^3 + ax^2 - 4x + b$, $r_1 = -3$, $r_2 = 2$
 b) $W(x) = x^3 + ax^2 + bx - 9$, $r_1 = -1$, $r_2 = 3$
 c) $W(x) = ax^3 + x^2 + bx - 1$, $r_1 = -\frac{1}{2}$, $r_2 = 1$
 d) $W(x) = ax^3 - x^2 - 12x + b$, $r_1 = -2$, $r_2 = \frac{1}{3}$

5.103. Podaj wszystkie pierwiastki (o ile istnieją) wielomianu $W(x)$, jeśli:

- a) $W(x) = (x-1)(x+4)x$
 b) $W(x) = (3x-1)(x^2-9)(4x+2)$
 c) $W(x) = (2x^2+1)(x^2+3)(1-2x)$
 d) $W(x) = (x^2+4x-5)(2x^2+7)$
 e) $W(x) = (2x^2+x+7)(x^2-5)(x^2+5x+6)$
 f) $W(x) = (-x^2+3x-8)(5x^2+25)(x^2+1)$

5.104. Wyznacz zbiór liczb wymiernych, które mogą być pierwiastkami wielomianu $W(x)$, jeśli:

- a) $W(x) = 2x^3 + 6x^2 - 3x + 1$
 b) $W(x) = 3x^3 + 4x^2 + 4x - 1$
 c) $W(x) = 3x^3 + 5x^2 - 8x + 2$
 d) $W(x) = 2x^3 - x^2 + 7x - 3$

5.105. Wyznacz wszystkie wymierne pierwiastki wielomianu $W(x)$, jeśli:

- a) $W(x) = 3x^3 + x^2 - 6x - 2$
 b) $W(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$
 c) $W(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$
 d) $W(x) = 3x^3 - x^2 - 3x + 1$
 e) $W(x) = x^4 - x^3 + 4x - 4$
 f) $W(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2$

5.106. Wyznacz wszystkie wymierne pierwiastki wielomianu $W(x)$, jeśli:

- a) $W(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$
 b) $W(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2\frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 4$
 c) $W(x) = \frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 3x - 3$
 d) $W(x) = x^3 + 2\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{2}{3}$
 e) $W(x) = x^3 - x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$
 f) $W(x) = 2x^3 + 4x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

5.107. Wykaż, że liczba:

$$\sqrt[3]{7}$$

jest liczbą niewymierną.

b) $\sqrt[3]{9}$

Twierdzenie Bezouta

5.108. Sprawdź, nie wykonując dzielenia, czy wielomian $W(x)$ jest podzielny przez podany obok dwumian, jeśli:

- a) $W(x) = 6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6$; $x + 3$
 b) $W(x) = 10x^5 - 6x^3 + 136$; $x - 2$
 c) $W(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 4x + 4$; $x + 1$
 d) $W(x) = x^6 + 2x^5 - 3x^2 - 6x$; $x + 2$

5.109. Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których wielomian $W(x)$ jest podzielny przez podany obok dwumian, jeśli:

- a) $W(x) = 3x^3 - 2kx^2 + (k+1)x + 4$; $x - 2$
 b) $W(x) = -2x^4 + 5kx^2 - (3k-2)x + 4$; $x + 1$
 c) $W(x) = 2x^3 + (k^2+1)x^2 + x - k$; $x + 1$
 d) $W(x) = x^3 - kx^2 - (k^2+3)x - 4$; $x - 4$

5.110. Wykaż, że dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$ wielomian $W(x)$ jest podzielny przez dwumian $(x-r)$, jeśli:

- a) $W(x) = nx^{n+1} - (n-1)x^n - 1$, $r = 1$
 b) $W(x) = x^{2n-1} + 1$, $r = -1$

5.111. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu $W(x)$, wiedząc, że wielomian ten jest podzielny przez podany obok dwumian, jeśli:

- a) $W(x) = 3x^3 + 20x^2 + 11x - 6$; $x + 1$
 b) $W(x) = 2x^3 - 10x^2 + 10x - 8$; $x - 4$
 c) $W(x) = 2x^3 - 3x^2 - 20x + 21$; $x + 3$
 d) $W(x) = 8x^3 - 6x^2 - 18x - 4$; $x - 2$

5.112. Wykaż, że liczba r jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$, a następnie wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu (o ile istnieją), jeśli:

- a) $W(x) = x^3 - x^2 - 16x - 20$; $r = -2$
 b) $W(x) = x^3 - x^2 - 8x + 8$; $r = 1$
 c) $W(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$; $r = -3$
 d) $W(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 25$; $r = -5$

5.113. Wykaż, że liczba r jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$, a następnie wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu (o ile istnieją), jeśli: